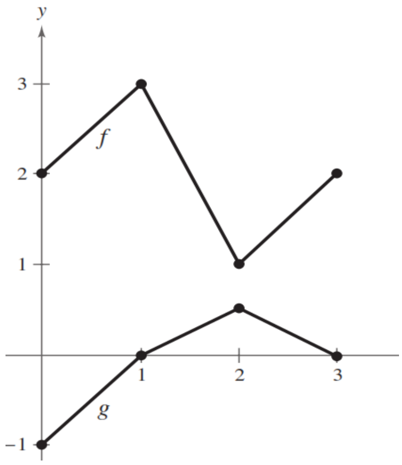
Los siguientes ejercicios fueron recopilados de años anteriores.

*Al resolver cada ejercicio justifique cada paso. Justificar es saber decir por qué hace lo que hace.*

1) Dadas las representaciones gráficas de las funciones $f$ y $g$




a) Encontrar $f(2) =$ ___ y $g(1) =$ _____

b) Determinar los intervalos donde $g(x) < 0$

c) Determinar las raíces de $f$ y $g$

d) Calcular $(f \circ g)(1)$ y $(g \circ f)(1)$

e) Calcular, si es posible o justificar por qué no se puede, $(g/f)(3)$.

f) ¿Para qué valores de $x$, no existe $\left(f/g\right)(x)$?

2) Sea $h(x) = \sqrt{x+3} - 2$.

a) Graficar $h(x)$. Dar su dominio y su rango. b) Despejar $x$.

3) Sean $f(x) = \cos(x+3)$, $g(x) = 2x + 1$. Dar $h(x) = (g \circ f)(x)$.

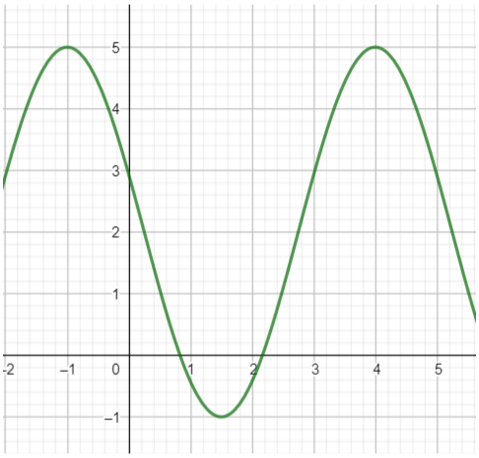
4) Identificar el promedio, la amplitud, el periodo y la fase de la gráfica de la siguiente oscilación y graficar un periodo. $f(x) = 1 + 2\cos\left[\frac{2\pi}{3}(x+1)\right]$

5) Un cultivo de bacterias contiene 1500 bacterias inicialmente y se duplica cada 6 horas.

(a) Encontrar una función que modele el número de bacterias después de $t$ horas.

(b) Encontrar el número de bacterias después de 24 horas.

6) Identificar el promedio, la amplitud, el periodo y la fase en la gráfica de la siguiente oscilación y dar la ecuación correspondiente




7) Dadas las funciones $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = x^2 - 3x$

a) Encontrar $f(-2) + g(-1) =$ ___

b) Determinar las raíces de $f$ y $g$
c) Determinar los intervalos donde $g\ (x) < 0$
d) Calcular $(f \circ g)(1)$ y $(g \circ f)(1)$
e) Calcular, si es posible o justificar por qué no se puede, $(g/f)(3)$.
f) ¿Para qué valores de $x$, no existe $\left(f/g\right)(x)$?

8) Sea $h(x) = 2^{x-3} + 1$

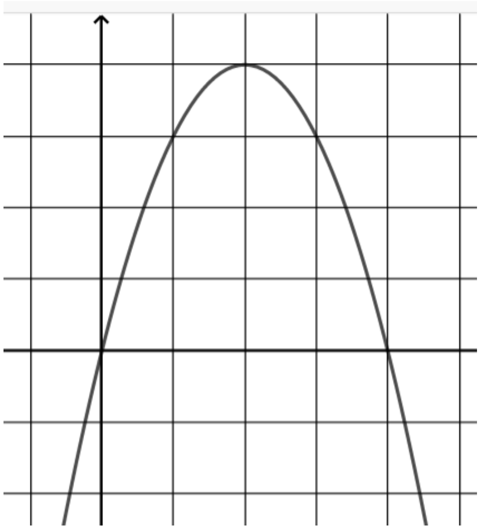
a) Graficar $h(x)$. Dar su dominio, su rango, corte con el eje $y$ y la asíntota.

b) Despejar $x$.

9) a) Dar una ecuación de la forma $y = a(x-h)^2 + k$ para la siguiente gráfica

b)) Usando la misma gráfica, completar el siguiente cuadro

| | |
|---|---|
| cortes con los ejes | vértice |
| intervalo donde crece | rango |
| intervalo donde decrece | máximo/mínimo |



10) El cólera, una enfermedad intestinal, es causada por una bacteria que se multiplica exponencialmente. El número de bacterias crece continuamente a una tasa de crecimiento relativa de 1,386, es decir

$$N = N_0 e^{1,386t}$$

Donde $N$ es el número de bacterias presentes después de $t$ horas y $N_0$ es el número de bacterias presentes al principio. Si empezamos con 35 bacterias, ¿cuántas bacterias (a la unidad más cercana) habrá a las 3,5 hs?

11) Dadas las funciones $f(x) = 2x + 1$ , $g(x) = -x^2 + 3x$ y $h(x) = \sqrt{x+4}$

a) Dar los dominios de cada una de las funciones.
b) Encontrar $f(-3) + g(-3) + h(-3) =$ ___
c) Graficar las tres funciones.
d) Determinar las raíces de $g$
e) Determinar los intervalos donde $g\ (x) > 0$
f) Calcular $(f \circ g)(x)$ y $(h \circ f)(x)$

12) Sea $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + 1$

a) Graficar $h(x)$. Dar su dominio, su rango, corte con el eje $y$ y la asíntota.

b) Despejar $x$.

13) Sean $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ y $g(x) = \frac{x^3-1}{2}$. Calcular $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$

14) La población de cierta especie de aves está limitada por el tipo de hábitat requerido para anidar. La población se comporta de acuerdo al siguiente modelo de crecimiento logístico

$$n(t) = \frac{5600}{0,5 + 27,5e^{-0,044t}}$$

Donde $t$ se mide en años. Encuentre la población inicial de aves. ¿A qué tamaño se aproxima la población a medida que transcurre el tiempo?

15) Graficar $f(x) = 2 + \ln(x+2)$. Dar su dominio, su rango, corte con los ejes y la asíntota. Despejar $x$.

16) La función $N(t) = 6{,}51t^2 - 71{,}9t + 954$, modela el número de cesáreas realizadas desde el año 2000 hasta 2015, donde $t$ está en años, correspondiendo $t = 0$ al año 2000, y $N$ en miles. Determinar el intervalo en el cual el número de cesáreas se incrementó.

17) Dar una representación gráfica que NO corresponda a una función

18) Todas las funciones de la forma $f(x) = b^x$ $(b > 1)$, ¿qué punto tienen en común?

19) La gráfica de $g(x) = (x+3)^2 - 2$ se obtiene de la gráfica de $f(x) = x^2$ desplazándola: hacia la ________, ____ unidades y hacia _________, _____ unidades.

20) Si $f(x) = mx + b, f(-2) = 3, f(4) = 1$. ¿Cuál es el valor de $m$? ¿Cuál es el valor de $b$?

21) Dar una expresión para $g(x)$ si la gráfica de $g$ se obtiene de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ reflejándola respecto del eje $y$.

22) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el punto $(-1, 2)$. ¿Qué restricción se debe hacer sobre el coeficiente $a$ para que la parábola no corte el eje $x$?

23) Dar una expresión para $g(x)$ si la gráfica de $g$ se obtiene de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ trasladándola tres lugares hacia abajo y dos a la izquierda.

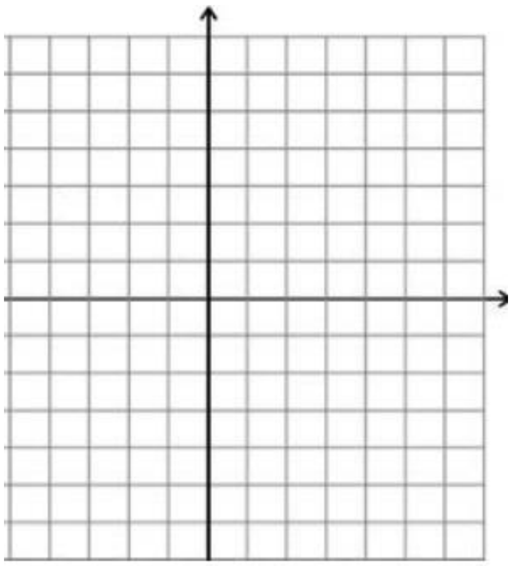
24) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el punto $(4, 2)$. ¿Qué restricción se debe hacer sobre el coeficiente $a$ para que la parábola tenga un máximo?

25) Identificar el promedio, la amplitud, el periodo y la fase de la siguiente oscilación

$$f(x) = A + B\sin\left[\frac{2\pi}{T}(x - \varphi)\right]$$

26) Dada la función $f(x) = e^{-x}$ completar la siguiente tabla y graficar.

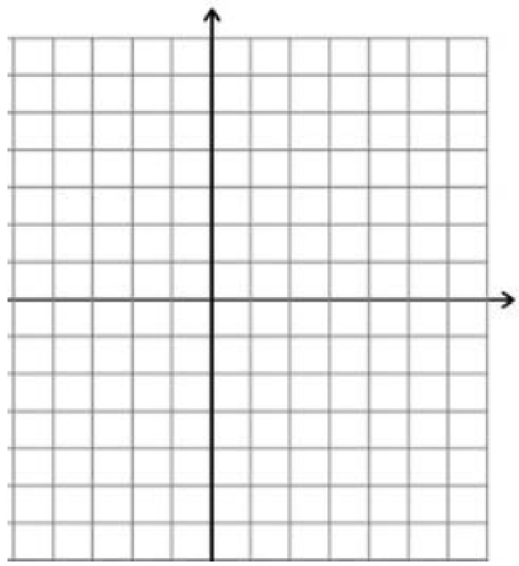
| Dominio | Rango | |
|---|---|---|
| Pasa por | Asíntota | |
| Creciente/decreciente | | Concavidad |



27) Repetir el ejercicio anterior para $g(x) = x^2$

28) Dada la función $f(x) = \log_b x$ definida para $b > 1$, completar la siguiente tabla y graficar.

| | |
|---|---|
| Dominio | Rango |
| Pasa por | Concavidad |
| Asíntota | Creciente/decreciente |



29) a) Graficar $f(x) = 2 + 3\cos\left[\frac{2\pi}{6}(x+2)\right]$. b) Identificar en su gráfico, el periodo, la fase, la media y la amplitud.

30) Se sabe que la temperatura (en grados Celsius) de cierto objeto tiene un comportamiento *lineal* con respecto al tiempo (en minutos). Sabiendo que, en un instante inicial, $t = 0$, la temperatura era de 10°C y que pasados 30 minutos fue de 20°C:

**a)** Hallar la expresión que proporciona la temperatura en función del tiempo, para cualquier instante $t$.

**b)** Determinar el instante $t$ en el que la temperatura del objetos es de 45°C

**c)** Graficar

31) Dadas las funciones $f(x) = |x-1|$ y $g(x) = x+1$

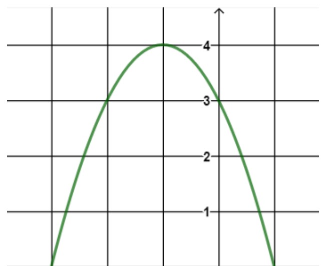
**a)** Construir una tabla de valores de $(f-g)(x)$ para $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ y dibujar la gráfica de $f-g$.

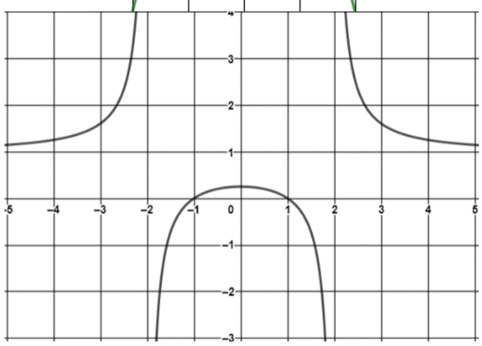
**b)** Encontrar

$$(f \circ g)(x) \qquad (g \circ f)(x) \qquad f[g(1)] \qquad g[f(-3)]$$

32) **A)** Utilice la función $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ y su gráfico para completar la tabla a continuación. Si la función no tiene una opción, coloque un signo menos en la tabla.

**B)** Ídem para $g(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$





| | $f(x)$ | $g(x)$ |
|---|---|---|
| cortes con el eje $x$ | | |
| corte con el eje $y$ | | |
| ¿Dónde es $f(x)$ creciente? | | |
| ¿Dónde es $f(x)$ creciente? | | |
| Dominio de $f(x)$ | | |
| Rango de $f(x)$ | | |
| Conjunto solución para $f(x) = 0$ | | |
| Intervalo $f(x) > 0$ | | |

| | | |
|---|---|---|
| Intervalo $f(x) \leq 0$ | | |
| Vértice | | |
| asíntotas verticales | | |
| asíntota horizontal | | |
| cóncava hacia arriba | | |
| cóncava hacia abajo | | |

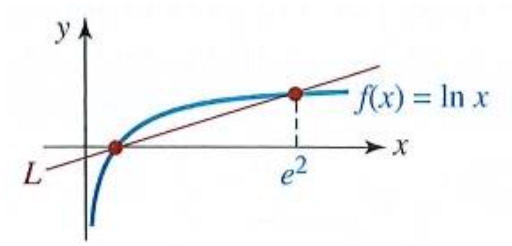
33) El costo $C$ (en millones de dólares), para vacunar $p\%$ de la población, está dado por

$$C = \frac{580p}{100 - p} \qquad 0 \leq p < 100.$$

**(a)** Encuentre los costos de vacunar 25%, 50% y 75% de la población.
**(b)** De acuerdo con este modelo, ¿sería posible vacunar 100% de la población? ¿Por qué?
**(c)** Si se dispone de 1500 millones de dólares, ¿Cuál será el porcentaje de personas que podrá vacunar?

34) Usar transformaciones para explicar cómo se relaciona la gráfica de $g(x) = 3(x+1)^3 - 24$ con la gráfica de la función $f(x) = x^3$. **a)** Exprese $g$ como una composición. **b)** Determine los puntos donde la función $g$ corta los ejes, encuentre su dominio, **c)** Dibuje en un mismo gráfico las dos funciones identificandolas claramente.

35) Determine la pendiente de la recta $L$.



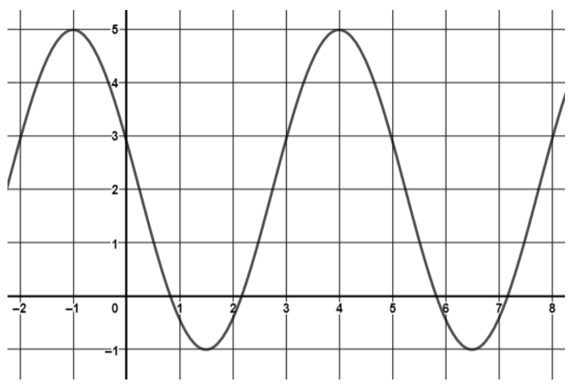

36) Cierta cepa de bacterias se divide cada tres horas. Si una colonia se inicia con 50 bacterias, entonces el tiempo $t$ (en horas) necesario para que la colonia crezca a $N$ bacterias está dado por

$$t = 3\,\frac{\log(N/50)}{\log 2}$$

**a)** Encuentre el tiempo necesario para que la colonia crezca a un millón de bacterias.
**b)** ¿Cuántas bacterias habrá a las 24 horas?

37) Escribir la ecuación de la recta pedida:
**(a)** ¿Cuál es la ecuación de una recta horizontal?
**(b)** La forma pendiente-intersección
**(c)** La forma punto-pendiente
**(d)**¿Cuál es la ecuación de una recta vertical?
**(e)** La ecuación de una recta con pendiente negativa

38) Dar la ecuación de la siguiente oscilación. Marcar en el gráfico, el periodo, la media, la fase y la amplitud.



39) Considere la gráfica de la función $f$:

**(a)** Encuentre el dominio y el rango de $f$.

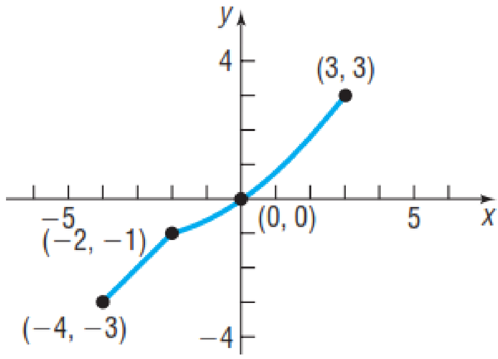
**(b)** Cortes con los ejes.

**(c)** Encuentre $f(-2)$.

**(d)** ¿Para qué valor de $x$ es $f(x) = -3$?

**(e)** ¿Para qué valores de $x$ es $f(x) > 0$?

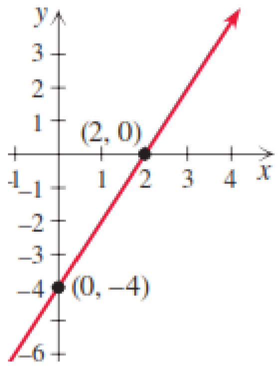
**(f)** Graficar $f(x-3)$.



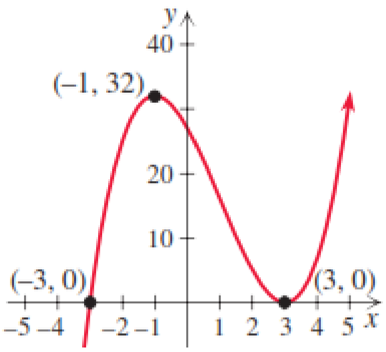

40) Dada la recta cuya ecuación es $Ax + By = C$. Indicar el valor de la pendiente, el valor de la ordenada al origen y el corte con el eje $x$.

41) Utilice las funciones dadas y sus gráficos para completar la tabla a continuación. Si una función no tiene una opción, coloque un signo menos en la tabla.

**a)** $f(x) = 2x - 4$

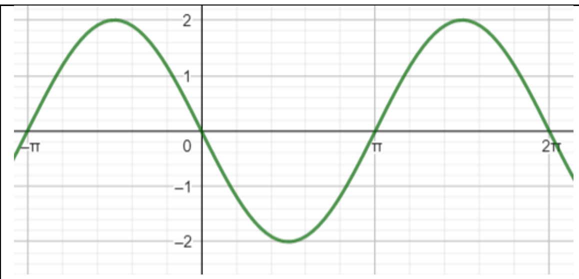
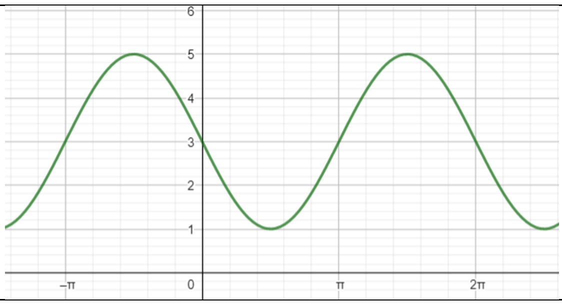
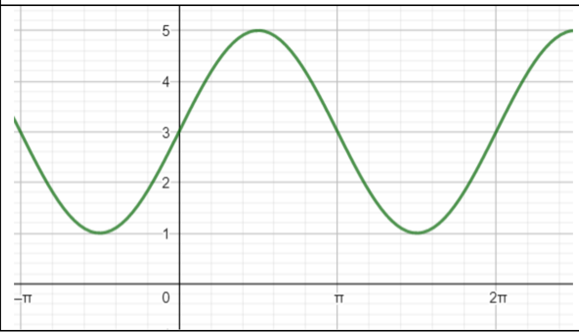



**b)** $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

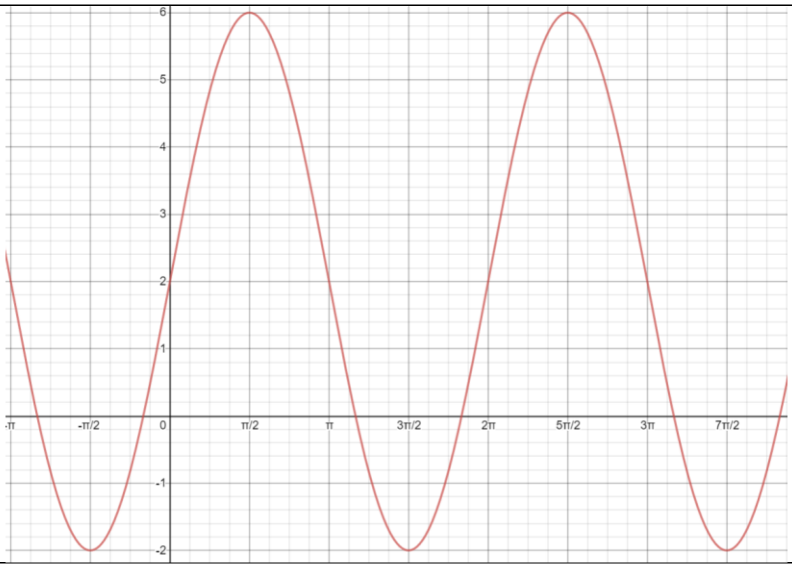



| | a) | b) |
|---|---|---|
| cortes con el eje $x$ | | |
| cortes con el eje $y$ | | |
| ¿Dónde es $f(x)$ creciente? | | |
| ¿Dónde es $f(x)$ creciente? | | |
| Dominio de $f(x)$ | | |
| Rango de $f(x)$ | | |
| Conjunto solución para $f(x) = 0$ | | |
| Conjunto solución para $f(x) > 0$ | | |
| Conjunto solución para $f(x) \leq 0$ | | |
| Vértice | | |
| máximo en | | |
| mínimo en | | |
| asíntotas verticales | | |
| asíntota horizontal | | |
| Cóncava hacia arriba en | | |
| Cóncava hacia abajo en | | |
| punto de inflexión | | |

42) ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a la función $f(x) = 3 - 2\,\mathrm{sen}\,x$ ?

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) |   | b) |   |
| c) |   | d) | Ninguna de las anteriores |

43) ¿Cuál es la amplitud de la función dada en el siguiente gráfico?

| | |
|---|---|
| a) 8<br>b) 4<br>c) $\pi/2$<br>d) $2\pi$ |   |

44) ¿Cuál es el periodo de la función $h(x) = 12 - 2\cos(4x + \pi)$?

a) 12
b) -6
c) $\pi$
d) $\pi/4$