



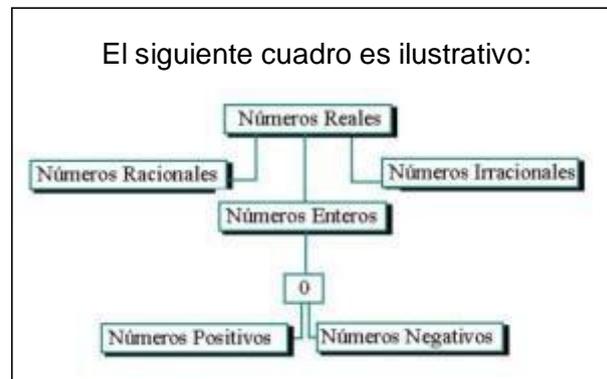
Unidad N°1: PLANO CARTESIANO

Repaso:

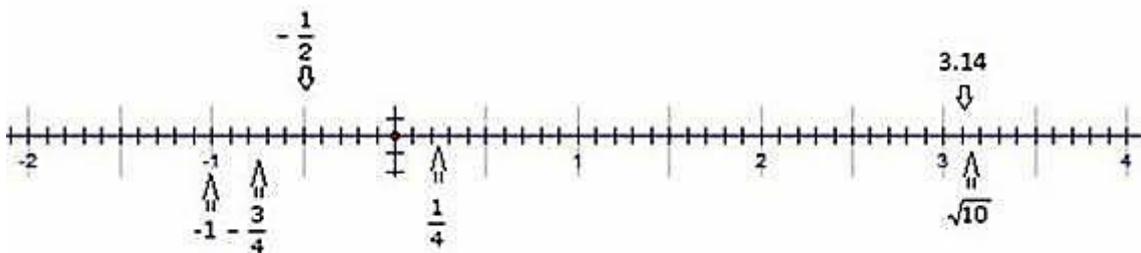
\mathbb{R} = Conjunto de Números Reales

- ✓ Se representan con la letra \mathbb{R}
- ✓ El conjunto de los Números Reales (\mathbb{R}) está integrado por:
 - El conjunto de los **Números Racionales** (\mathbb{Q}) que corresponden a la unión de todos los números cuya **expresión decimal** es **finita, infinita periódica** o **infinita semiperiódica**.
 - El conjunto de los **números enteros** (\mathbb{Z}), positivos y negativos, más el **cero**.
 - El conjunto de los **Números Irracionales** (\mathbb{I}) que está formado por la unión de todos los números que admiten una expresión infinita no periódica.

Entonces, se llaman **NÚMEROS REALES** a todos aquellos que se pueden expresar en forma decimal finita o infinita; es decir, el conjunto de los Números Reales (\mathbb{R}) está formado por los elementos del conjunto \mathbb{Q} unido con \mathbb{I} .



Todos los números reales pueden ser representados en la **recta numérica**.



A cada punto de la recta numérica le corresponde un número real y viceversa; es decir, existe una **correspondencia uno a uno** entre los puntos de la recta numérica y los números reales.



Importante:

Con los números reales pueden realizarse todo tipo de operaciones básicas con dos excepciones importantes:

1. No **existen raíces** de orden par (cuadradas, cuartas, sextas, etc.) de números negativos en números reales, razón por la cual existe el conjunto de los **números complejos** donde estas operaciones sí están definidas.
2. No existe la **división entre cero**, pues carece de sentido dividir entre nada o entre nadie; es decir, no existe la operación de dividir entre nada.

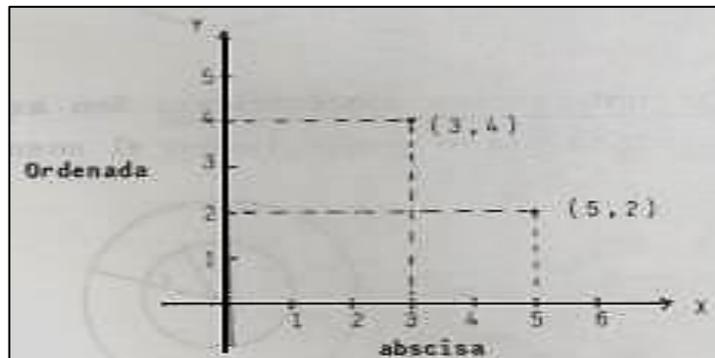
En otras palabras, no son reales las fracciones con denominador cero y las raíces de índice par y radicando negativo.

Infinito no es un número real: es una idea. Una idea de algo que no termina.

Plano cartesiano

Todo par ordenado escrito con números representa un punto del plano, donde la **primera componente** (el primer número) recibe el nombre de **abscisa** (eje x) y la **segunda componente** recibe el nombre de **ordenada** (eje y).

Los pares ordenados (3, 4) y (5, 2) están representados en el siguiente plano cartesiano (gráfico):



Abscisa \rightarrow X

Ordenada \rightarrow Y

➔ Ejercicios interactivos: <https://www.geogebra.org/m/c56a5Cv7>

Ejemplo: En un curso hay 12 mujeres y 20 hombres. Al representar estas cantidades en un par ordenado, éste es: (12 , 20)

Representar en el plano cartesiano:

- 1) Los pares ordenados: (2, 5); (3, 6); (6, -12); (-2, 6,3); (-4, -5) ; (-3, 4) ; (-6,-6); (2,5 , -5)



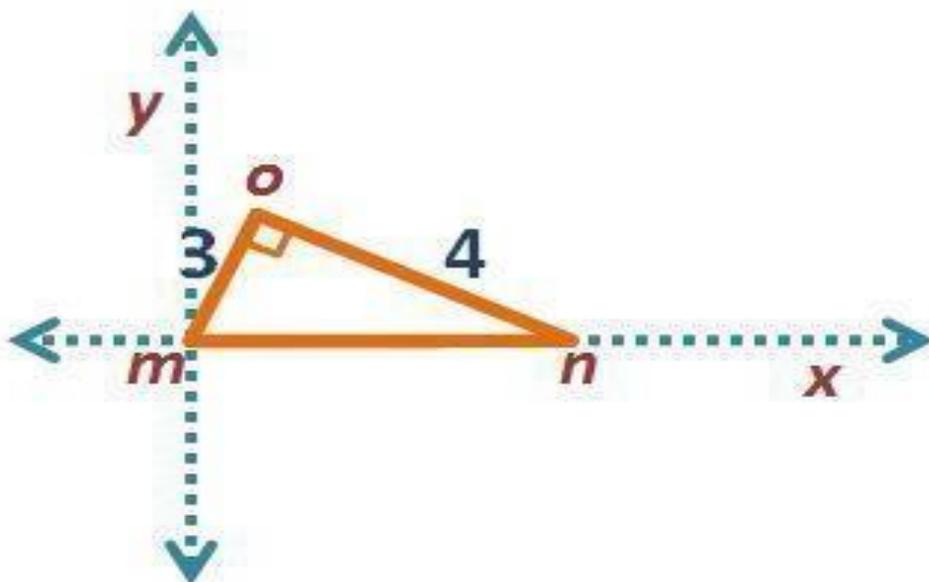
2) Los conjuntos:

$$A = \{(X, Y) / X \in \mathbb{R}; Y \in \mathbb{R}; X \geq 0 \ Y \geq 0 \}$$

$$B = \{(X, Y) / X \in \mathbb{R}; Y \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{(X, Y) / X \in \mathbb{R}; Y \in \mathbb{R}; X < 0 \ Y < 0 \}$$

Ejercicios de plano cartesiano

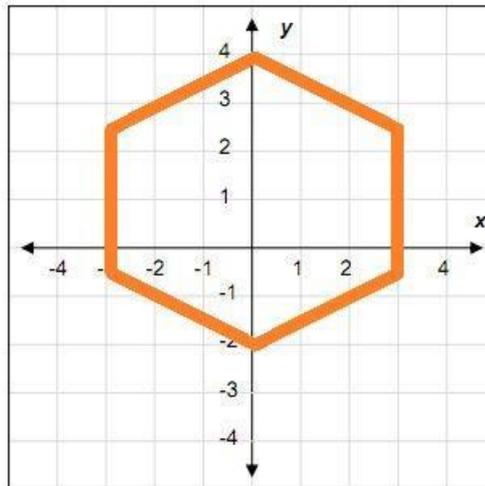


Las preguntas relacionadas con el plano cartesiano o plano de coordenadas no solo incluyen encontrar distancias, pendientes o ecuaciones de una recta, sino que también se puede evaluar la percepción y habilidad para identificar alguna coordenada usando preguntas verbales o figuras geométricas.

Estas preguntas, aunque son sencillas, requieren ciertos conocimientos previos, para ello, puedes revisar el video que se presenta al final del artículo.

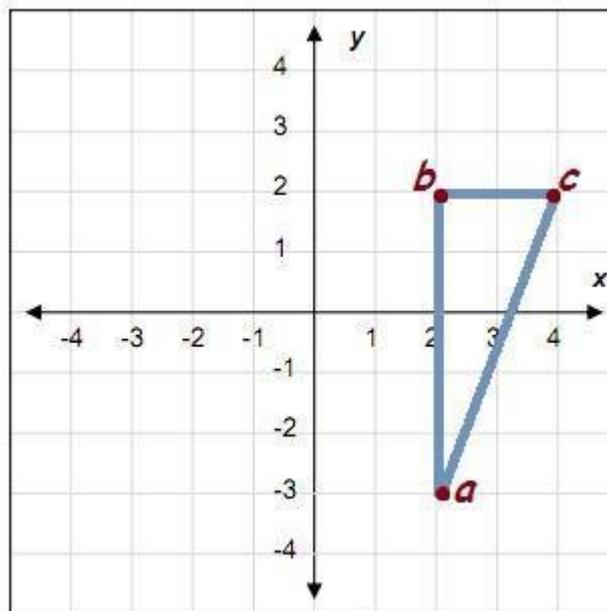
Ejercicios:

1. ¿Cuál es el punto medio de la siguiente figura? Expresa sus coordenadas.
2. ¿Cuáles serían las coordenadas del punto medio si el hexagonal se mueve dos unidades a la derecha?

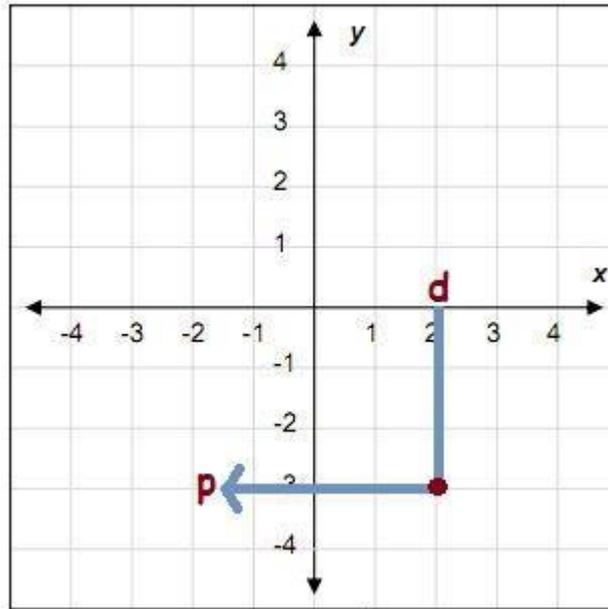


3. Para la figura del triángulo:

- si el punto «a» gira 90° en el sentido del reloj y el punto «b» se mantiene en el mismo lugar, ¿cuáles son las nuevas coordenadas del punto «a»?
- Nombra las coordenadas del punto «b» y «c», si el triángulo (como se presenta en la imagen) se mueve tres unidades a la izquierda y dos hacia arriba.

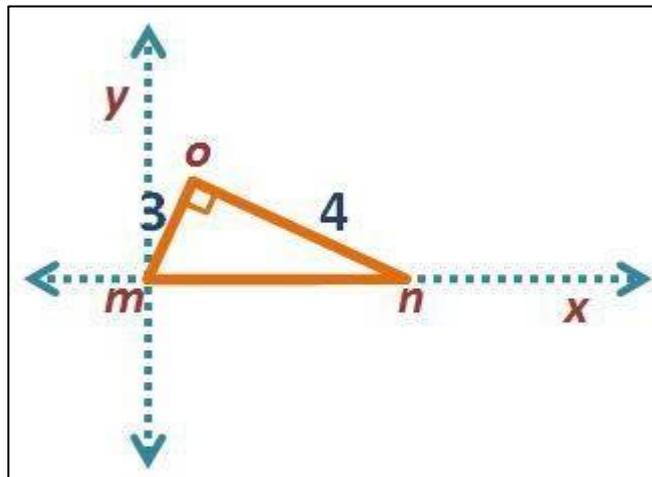


- Si las coordenadas de las rectas «p» y «d» tienen la coordenada (2, -3) en común, y «p» es $2 \frac{1}{3}$ veces más larga que «d». Indica la coordenada que queda al final de la recta «p.»
- Si ambas rectas son del mismo tamaño, ¿cuál sería la coordenada en el extremo izquierdo de la recta «p»?



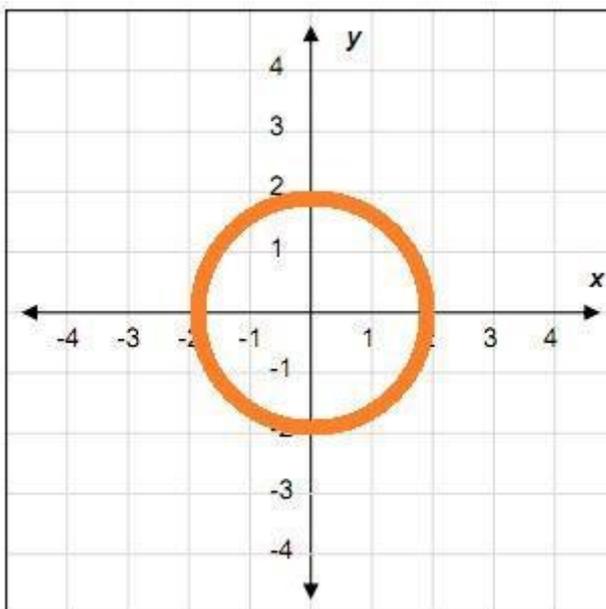
La figura hace referencia a la pregunta 4 y 5.

6. Si las coordenadas de m $(0, 0)$ y el triángulo rectángulo asentado sobre el eje de las « x » ¿cuál es la coordenada del punto « n »? Pista: hay que estar familiarizado con el [Teorema de Pitágoras](#).
7. Si el punto « n » gira noventa grados en el sentido de las manecillas del reloj y el punto « m » se mantiene en su lugar, ¿cuáles son las nuevas coordenadas del punto « n »?



La figura hace referencia a la pregunta 6 y 7.

8. En el eje de las « x », ¿qué coordenadas indican los extremos del diámetro?
9. Si el círculo se moviera tres unidades a la izquierda, ¿cuál sería su punto medio?



La figura hace referencia a la pregunta 8 y 9.

RESPUESTAS:

1. (0, 1)	5. (-1, -3)
2. (2, 1)	6. (5, 0)
3.a. (-3, 2)	7. (0, -5)
3.b. b:(-1, 4) c:(1, 4)	8. (2, 0) (-2, 0)
4. (-5, -3)	9. (-3, 0)

COORDENADAS POLARES

El sistema de coordenadas polares es un sistema de coordenadas bidimensional en el cual cada punto del plano se determina por un ángulo y una distancia.

La forma de determinar un punto del plano se describe mediante dos números: " r " la distancia del punto al extremo de la semirrecta, llamado *polo*, y " θ " el ángulo que forma el eje polar (que es horizontal) con el segmento que une el punto con el polo, este ángulo debe medirse en sentido opuesto a las manecillas del reloj.

Lo anterior significa que a todo punto " P " del plano cuyas coordenadas rectangulares son $(x;y)$ se le puede asignar las siguientes coordenadas:

" r " = distancia del origen de coordenadas (0;0) al punto " P "

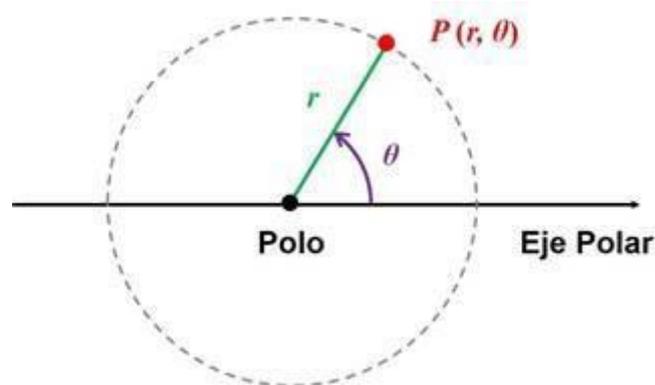
θ = ángulo desde el semieje positivo del eje x al segmento que une el origen de coordenadas con P .

El ángulo polar se puede dar en cualquier medida angular pero lo más frecuente es usar grados sexagesimales o radianes.

Dado entonces un par de coordenadas polares, existe un único punto " P " del plano

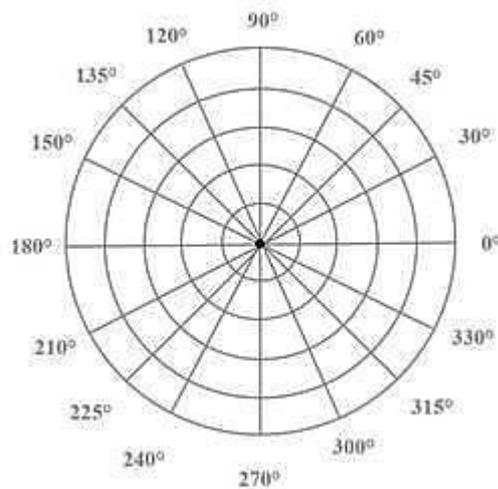


con dichas coordenadas. Representado gráficamente así:



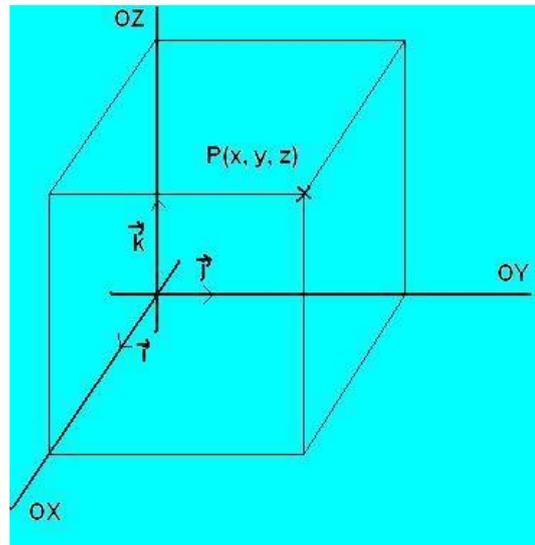
Con este sistema de referencia y una unidad de medida métrica (para poder asignar distancias entre cada par de puntos del plano), todo punto "P" del plano corresponde a un par ordenado (r, θ) . La distancia "r" se conoce como la *coordenada radial* o *radio vector*, mientras que el ángulo es la *coordenada angular* o *ángulo polar*. En el caso del origen "0", el valor de "r" es cero, pero el valor de "theta" es indefinido.

Para localizar puntos o para bosquejar las gráficas, se hace en papel coordenado polar, que se construye a partir de un punto que es el polo, se trazan círculos concéntricos igualmente espaciados. Los puntos situados sobre el lado terminal del ángulo corresponden a valores positivos de las distancias y los puntos situados sobre la prolongación del lado terminal del ángulo serán para los valores negativos de las distancias, como se muestra en la siguiente figura:



Sistema de coordenadas cartesianas tridimensional

Representación de Puntos en el Espacio:



Consideremos tres rectas «x», «y», «z», que son mutuamente perpendiculares y se intersecan en un mismo punto «O». Éste punto se denominará origen de coordenadas y divide a cada eje en dos semiejes (positivo y negativo). Para cada punto «M» del espacio podemos encontrar las correspondientes coordenadas «P», «Q», «R», de la siguiente forma.

El punto «P» es la intersección del eje «OX» con un eje paralelo al plano «yz» que pasa por «M». De modo análogo se obtienen los puntos «Q» y «R» como resultado de la proyección del punto «M» en sus respectivos ejes coordenados.

La longitud de los segmentos es:

$$OP = x.$$

$$OQ = y.$$

$$OR = z.$$

, de modo que a cada punto del espacio le asignaremos la terna ordenada de números (x, y, z).

Para ver:

<https://www.youtube.com/watch?v=R37vtkbnhPU>

Bibliografía: Web:

- <http://www.profesorenlinea.cl/>
- <https://www.spanishged365.com/ejercicios-plano-cartesiano/>
- http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/matematicas_V/Applets_Geogebra//coordpolares.html